

## Communication de Monsieur Gerhard Heinzmann



Séance du 15 novembre 2002



### La philosophie des sciences Henri Poincaré

Le mathématicien Henri Poincaré, membre de notre Académie, était également un philosophe - un très grand philosophe. N'est-ce pas un jugement excessif ? Où est son œuvre philosophique ? Ne s'épuise-t-elle pas dans quatre à cinq recueils d'articles ?<sup>[1]</sup> Comment le comparer à d'autres savants dont les noms évoquent, sans aucun doute, le prédicat de «très grand philosophe» tels que Locke, Comte, Peirce, Bergson, Russell ou Quine ?

Il faudrait peut-être d'abord déterminer ce qui distingue un grand philosophe et, d'une manière plus fondamentale, ce qu'est la philosophie. Je préfère à cette formulation générale une question plus concrète :

#### 1. Quelle sorte de problèmes le philosophe peut-il résoudre ?<sup>[2]</sup>

Quelques-uns ont la réponse tout prête : les philosophes ne résolvent que des problèmes qu'ils ont eux-mêmes engendrés. Ce préjugé se justifie par la pratique de beaucoup de philosophes universitaires et il a d'ailleurs sa racine dans l'attitude critique de Platon envers les sophistes. Contre rémunération, ces derniers enseignèrent la bonne manière de penser, de parler et d'agir dans les affaires privées et publiques. Ceci provoqua évidemment une opposition massive du côté de l'aristocratie qui craignait de perdre son avance dans les connaissances. Et Platon devient le premier qui soutient cette opposition avec un argument sémantique (ou, en utilisant un terme plus anachronique, avec un argument idéologique) qui, historiquement parlant, fait son effet jus-

qu'aujourd'hui : philosopher n'est pas l'activité de quelqu'un qui sait à quoi s'en tenir et qui montre ainsi qu'il n'est pas resté ignorant, mais philosopher c'est uniquement le seul désir de savoir. Dans le «Symposium» -le grand dialogue sur l'amour- Platon explique cela par la parole de Socrate : «Aucun dieu ne philosophe ou ne désire être savant, car il l'est, et, si quelqu'un est déjà savant, il ne philosophe plus».

Aujourd'hui encore, le terme «sophiste» est largement utilisé comme injure, bien qu'il ait été synonyme de «philosophe» avant le «coup» platonicien. Avec le transfert du savoir, au sens d'une connaissance de quelque chose vers une quête de savoir, Platon a cependant imposé une nouvelle compréhension du savoir. En effet, dans le processus conduisant au savoir, on distingue depuis Platon entre la seule acquisition du savoir et l'examen de sa solidité (et véridicité) - chez les Grecs, ce processus est d'ailleurs toujours un processus d'enseignement et d'apprentissage, même si on découvre quelque chose tout seul ; ainsi s'explique le titre «mathemata» repris en français dans le pluriel «les mathématiques», désignant les objets enseignés dans le domaine du savoir. Ce processus d'enseignement et d'apprentissage n'est qu'un processus d'acquisition du savoir, à condition qu'il inclut les deux aspects, c'est-à-dire également un examen argumentatif du résultat.

Après le remaniement platonicien, on comprend que le savoir ne peut pas être qu'un savoir de quelque chose, c'est-à-dire un savoir d'un premier ordre, mais doit également être une connaissance de possibilités de «vérifications» donc une connaissance de deuxième ordre. Aristote fait de cette distinction qui domine notre histoire d'un bout à l'autre, une opposition entre un «savoir de faits» et un «savoir par causes». Mais il est vrai, à l'origine les deux éléments de l'opposition sont exprimés d'une manière beaucoup plus modeste ; on parle tout simplement d'un «savoir que» (quelque chose est ainsi) et d'un «savoir pourquoi» (quelque chose est ainsi et pas autrement). Ce n'est qu'aux temps modernes qu'on a eu recours aux moyens emphatiques pour décrire cette controverse en termes de «connaissance par l'expérience» et «connaissance par la raison». Chez Aristote, la philosophie et les sciences sont un «savoir pourquoi», donc un savoir par causes, c'est-à-dire une habileté explicitement théorique qui se distingue des autres habiletés (ou bien utiles ou bien appartenant aux beaux-arts) ne conduisant qu'à un «savoir que» et donc qu'à un savoir de faits. Science (*episteme*) et philosophie s'intéressent aux raisons, au savoir par causes qui devient un système d'énoncés généraux- par exemple sur tous les triangles rectangles -tandis que le savoir de faits devient, détaché de sa production purement pratique, une collection d'énoncés singuliers, par exemple sur un angle rectangle particulièrement bien réussi lors de la construction d'un édifice.

Désormais, la philosophie est opposée à l'histoire. Le contexte de justification est opposé au rapport du témoin oculaire. En se référant à un tel rapport, il faut se fier à quelque chose qu'un autre sait ou prétend savoir. Dès lors, non seulement celui qui dit de savoir quelque chose est un philosophe ou un homme de science, mais celui-ci qui est capable de justifier ce qu'il prétend savoir.

La mise en opposition de l'histoire et de la science détermine la compréhension de la philosophie et donc de la science sans interruption de l'Antiquité jusqu'à Kant, qui parlait de «quid facti ?» et de «quid iuris ?». Mais au XIX<sup>ème</sup> siècle, le savoir par causes, originalement synonyme de science dépérit en spéculation non contrôlée. Le savoir de fait obtient le statut d'une science grâce à la transformation empiristique en un savoir fondé sur des faits. Même les mathématiques et la logique, les prototypes d'une science purement rationnelle, sont susceptibles de recevoir, à cette époque, un fondement empirique, par exemple chez James Stewart Mill et chez Hermann von Helmholtz, ce dernier tenant à juste titre l'idéalisme allemand, avec Hegel en tête pour responsable de cette aliénation de la philosophie par rapport à la science. En même temps que s'impose au début du XIX<sup>ème</sup> siècle le changement d'une opposition «rationnel-historique» en une opposition «rationnel-empirique», la propriété «rationnel» perd comme instance de justification toute exemplarité.

Quelle sorte de problèmes peut-on résoudre en philosophie ? Je veux franchir un dernier pas dans mon argumentation en affirmant que la philosophie n'est pas une discipline indépendante.

La séparation de la philosophie des autres sciences n'est pas une séparation justifiée systématiquement. C'est une séparation qui s'est développée historiquement. Philosopher, c'est l'aspect autoréflexif de chaque activité, de chaque action, soit-elle langagière ou non. La philosophie ne découvre rien, mais elle invente quelque chose : la philosophie «invente» le cadre réflexif de notre vie. La philosophie réfléchit sur nos réflexions -au sens large- sur le monde. L'objet de cette métaréflexion peut être ou bien la pratique de tous les jours -comme chez Socrate- ou la pratique de l'action artistique ou bien la pratique des sciences et tout ceci sous quatre aspects dont on trouve une formulation célèbre chez Kant : qu'est-ce-que je peux savoir ? (*Was kann ich wissen ?*) [théorie de la connaissance] ; qu'est-ce-que je dois faire ? (*Was soll ich tun ?*) [éthique] ; qu'est-ce-que je peux espérer ? (*Was darf ich hoffen ?*) [religion] ; Qu'est-ce-que l'homme ? (*Was ist der Mensch ?*) [anthropologie].

Quelles questions peut-on donc résoudre en philosophie ? Sous l'aspect de la théorie de la connaissance, qui intéresse Poincaré, je propose la réponse suivante : on peut résoudre le problème de la décision du

cadre conceptuel de la connaissance des objets scientifiques. Ainsi, la philosophie devrait étudier les présuppositions conceptuelles qui sont à la base de nos connaissances scientifiques «actuelles».

## 2. Scepticisme, idéalisme, réalisme

Dans la suite, nous distinguons bien entre la réalité de la *Lebenswelt* et la question de la réalité philosophique. Contrairement à ce que préconise Descartes, nous ne mettons pas en cause nos connaissances d'actions quotidiennes ; elles ne se laissent pas juger selon les critères de vérité et de fausseté, de mythe ou de réalité : on agit simplement. Le langage y est utilisé d'une manière intuitive. La philosophie a besoin de ce fondement, lorsqu'elle demande pour une telle ou telle connaissance (*Kenntnis*), si c'est une «*Erkenntnis*», c'est-à-dire s'il s'agit d'une connaissance justifiée. Elle y demande dès que l'harmonie intuitive de nos connaissances quotidiennes se trouve être rompue. On constate, par exemple, qu'il y a une distinction entre apparence et réalité :

- La forme réelle de la table est inférée à partir de ce que nous voyons, car la table réelle, à supposer qu'elle existe, c'est-à-dire que l'inférence est correcte, n'est pas identique à ce qui est immédiatement et visuellement connu.
- La sensation visuelle d'une toile de Mondrian se distingue bien de la représentation mentale que nous en faisons.
- La lumière *est* un certain type d'onde en mouvement. Mais nous ne percevons pas une onde. Ce qu'on veut dire en fait c'est que des phénomènes ondulatoires sont la cause physique de nos sensations de lumière.

Deux questions principales régissent alors la théorie de la connaissance :

1° Existe-t-il un objet réel ?

2° Si oui, de quelle sorte d'objet s'agit-il et comment peut-on le connaître ?

Si l'on définit avec Bertrand Russell que les sens-data sont les choses immédiatement connues et que les objets réels sont les objets physiques, la question 1° concerne la relation entre les sens-data et les objets physiques et la question 2° concerne le caractère de ces derniers.

À première vue, trois positions s'opposent alors : le scepticisme, l'idéalisme et le réalisme. Selon le premier, l'apparence est la seule réalité. Le scepticisme est empirique si l'apparence se fonde sur le sens intérieur ou extérieur. Mais peut-on alors expliquer que l'autre semble avoir la même apparence que moi-même ? Selon l'idéalisme, nous ne connaissons que la chose saisie dans l'esprit. Or ne confond-t-on pas ainsi la chose saisie

avec l'acte de saisir ? Bien que cette position semble bien être apte pour l'arithmétique, l'objet «table», par exemple, est sûrement «présent à l'esprit», mais la «table» n'est pas «dans l'esprit». La présentation mentale est bien différente de l'objet ou, comme l'exprime joliment Brentano (voir Dummett, 1991: 47), «il est au plus haut point paradoxal que quelqu'un promet d'épouser un *ens rationis* et qu'il tient sa parole en épousant un être réel».

Finalement, selon le réalisme, les objets physiques sont les causes de nos apparences et l'acte de saisir est bien différent de l'objet saisi. Il nous faut pourtant admettre que nous ne pouvons prouver l'existence d'un tel objet physique et que même le Moi réel est aussi difficile d'accès que la table réelle. Cependant, un principe général de simplicité nous conduit à adopter la solution d'admettre la croyance raisonnable en d'objets physiques distincts de nous et des sens-data. À première vue, le réalisme s'accorde assez bien avec la géométrie. Derrière nos figures empiriques se trouvent les solides idéaux. Cependant, la découverte des géométries non-euclidiennes pose alors un problème épistémologique redoutable. Comment décider si les solides idéaux sont euclidiens ou non-euclidiens ?

### 3. L'occasionalisme pragmatique de Poincaré

Dans ce contexte, Poincaré intervient avec une idée philosophique géniale qui va déterminer une bonne partie de la discussion philosophique au XX<sup>ème</sup> siècle. D'une manière schématique, sa réponse consiste dans l'invention d'un processus qui lie la question ontologique (1<sup>o</sup>) à la question épistémologique (2<sup>o</sup>) à travers 3 étapes :

- 1) en concordance avec la maxime sceptique et empirique, la construction de la réalité est à effectuer à partir de sensations ; la construction doit être guidée par l'expérience ;
- 2) en concordance avec le point de vue réaliste, il faut présupposer l'existence de relations ;
- 3) en concordance avec le point de vue idéaliste, l'expérience n'est pas suffisante, mais n'est que l'occasion de prendre conscience de certaines catégories de l'esprit avec lequel il faut concorder par décision (convention) notre expérience.

En référence à Charles Sanders Peirce, nous appelons un tel triple processus où la construction de l'objet scientifique se fait simultanément avec la constitution du langage descriptif qui lui est adéquat (catégorie), un processus *pragmatique*.

Dans la suite, nous allons exemplifier le pragmatisme poincaréen en géométrie, physique et en arithmétique<sup>[3]</sup>.

Poincaré lie ses recherches sur les fondements de la géométrie au concept de groupe qui, dès 1880, est considéré comme forme invariante de différentes géométries (Gray et Walter, 1997 : 76). La géométrie n'est rien d'autre que l'étude d'un groupe. Et «puisque l'existence d'un groupe n'est pas incompatible avec celle d'un autre groupe», on ne peut dire qu'une géométrie est vraie et qu'une autre est fautive : le choix entre différentes géométries est comparable à celui d'un système de coordonnées (Poincaré, 1887 : 90sq.).

Au départ, notre corps joue ce rôle de système de coordonnées par rapport auquel nous localisons un objet dans l'espace (Poincaré, [1908] 1999 : 104). Localiser un objet dans l'espace représentatif signifie pour Poincaré réfléchir sur le déroulement d'une action pour atteindre cet objet, c'est-à-dire réfléchir sur des séquences de sensations musculaires et non spatiales. Pour classifier ces sensations, Poincaré introduit la catégorie essentiellement vague d'espace représentatif (Poincaré, 1921 : 7sq.) : il n'y a ni mesure ni possibilité de parler d'axes constants par rapport à notre corps mais grâce à lui, on peut comparer des sensations de même genre et constater la contiguïté de deux objets. *Per se*, toutes les sensations sont différentes, puisque accompagnées, par exemple de «sensations olfactives ou auditives diverses» (Poincaré, [1913] 1963 : 142). Leur indiscernabilité est une conséquence de notre classification abstraite. Retenons que l'espace représentatif n'est pas formé par une classification à partir de sensations motrices, mais qu'il est au contraire la condition nécessaire d'une classification de sensations motrices. Il est une forme de notre entendement et non de notre sensibilité (Kant) puisqu'une sensation individuelle peut exister sans lui (Poincaré, 1921 : 3).

La construction de l'espace géométrique procède maintenant du fait observable qu'un ensemble d'impressions peut être modifié selon deux façons distinctes : d'une part sans que nous éprouvions des sensations musculaires, et d'autre part par une action motrice accompagnée de sensations musculaires. Dans le premier cas, Poincaré parle d'un changement externe, dans le deuxième cas, d'un changement interne. Cette observation suggère une classification conventionnelle des changements externes : les changements externes corrigibles par un changement interne sont appelés changements de position, les autres changements d'état. Par la relation *le changement externe x est compensable par le même changement interne que le changement externe y* (voir Poincaré, 1921 : 15) on peut rassembler les changements externes équivalents dans les mêmes classes qui s'appellent alors *déplacements*. L'étude de la structure de ces déplacements nous suggère d'autres idéalizations: on passe au concept mathématique de groupes continus de transformations (G). On distingue ensuite parmi les déplacements appartenant aux groupes isomor-

phes à  $G$  (dont certains peuvent opérer sur des matières plus simples que l'espace représentatif) ceux qui conservent certaines sensations. Les plus intuitifs sont les sous-groupes de rotations. Par la prise en considération des sous-groupes, on obtient une caractérisation des groupes qui correspondent aux géométries à courbure constante. Parmi ces groupes, nous choisirons finalement celui qui permet «l'affirmation de l'existence d'un sous-groupe *invariant* dont tous les déplacements sont échangeables et qui est formé de toutes les translations» (Poincaré, 1921 : 34). En d'autres termes, nous choisirons le groupe qui correspond à la géométrie euclidienne, parce que ses sous-groupes sont mieux suggérés par l'expérience. En principe, nous aurions pu fixer une autre convention.

Poincaré est bien conscient que la validité des propriétés de groupe en question ne résulte pas d'une réflexion *a priori* mais qu'elle est au contraire exposée au danger d'une réfutation empirique. Et pourtant, «la géométrie est à l'abri de toute révision» (Poincaré, 1921 : 19). Pour résoudre ce paradoxe, Poincaré introduit des conventions, et ceci dès les premiers pas de sa construction : en effet, dans l'espace représentatif déjà, les changements de position ne peuvent jamais être exactement réalisés puisque, en général, la position de départ ne coïncide pas exactement avec la position finale.

Lorsque l'observation de nos sensations, provoquée par un changement interne, ne correspond pas à la compensation attendue, elle est soit rayée, soit remplacée par une nouvelle «convention artificielle» qui considère le changement comme la résultante de deux composantes: l'une satisfait rigoureusement la compensation, la seconde étant une altération qualitative qui est dorénavant négligée (Poincaré, 1921 : 19-20).

Pour obtenir une coïncidence exacte, il faut donc lire les corrections conduisant à des changements de position en tant qu'ordres d'action en vue d'une intention. On agit comme si on pouvait réaliser cette intention comme norme par rapport à «des corps idéaux [...] tiré[s] de toutes pièces de notre esprit» (Poincaré, [1902] 1968 : 93). Et pourtant, ce qui est réalisé n'est pas la norme, mais seulement l'ordre de réaliser cette norme. L'expérience y joue un double rôle: elle est à la fois l'occasion pour introduire la norme (sa *ratio cognoscendī*) (voir par exemple Poincaré, 1899 : 276) et l'occasion pour utiliser la norme en vue de conceptualiser la réalité (Poincaré, 1921 : 20). Comme la catégorie de l'espace représentatif, le concept général de groupe est une forme de notre entendement.

Quant au statut épistémologique des hypothèses en mécanique, Poincaré se positionne -comme dans sa discussion de la géométrie- par rap-

port à la dichotomie entre le soi-disant empirisme de l'École anglaise et l'apriorisme de l'École française (Poincaré, [1902] 1968 : 111). Les principes de la mécanique ont certes, selon Poincaré, une origine empirique, mais ils sortent néanmoins de la limite du contrôle expérimental, sans être *a priori* au sens classique du terme (Lelièvre, 2000 : 80, 173). Pour comprendre cette position médiane, il importe de distinguer «ce qui est expérience, raisonnement mathématique, ce qui est convention, ce qui est hypothèse» (Poincaré, [1902] 1968 : 111).

En fait, l'expérience qui nous conduit au résultat expérimental repose sur la répétition d'un phénomène, et donc sur l'induction physique (Poincaré, [1902] 1968 : 26). Toute généralisation étant une hypothèse (Poincaré, [1902] 1968 : 165), une loi ou hypothèse générale est obtenue par le fait que chaque résultat de la physique empirique peut être généralisé de différentes manières et qu'on est bien obligé de corriger l'expérience (Poincaré, [1902] 1968 : 161, 159). Mais tandis qu'en géométrie les conventions (ou définitions) commodes sont choisies en fonction d'objets (corps solides, rayons) qui ne sont pas ceux de la géométrie, en mécanique, les conventions sont commodes par rapport aux objets mécaniques (Poincaré, [1902] 1968 : 152).

Mise à part la différence de taille, à savoir que la géométrie exige une double abstraction conventionnelle, par rapport aux objets et aux lois, Poincaré utilise en mécanique la même procédure qu'en géométrie pour passer des lois empiriques, entendues en tant que hypothèses générales, aux principes incluant des éléments explicitement conventionnels<sup>[4]</sup>:

«Quant une loi a reçu une confirmation suffisante de l'expérience, nous pouvons adopter deux attitudes, ou bien laisser cette loi dans la mêlée; elle restera soumise alors à une incessante révision qui sans aucun doute finira par démontrer qu'elle n'est qu'approximative. Ou bien on peut l'ériger en *principe*, en adoptant des conventions telles que la proposition soit certainement vraie. Pour cela on procède toujours de la même manière. La loi primitive énonçait une relation entre deux faits bruts A et B ; on introduit entre ces deux faits bruts un intermédiaire abstrait C, plus ou moins fictif [...]. Et alors nous avons une relation entre A et C que nous pouvons supposer rigoureuse et qui est le *principe* ; et une autre entre C et B qui reste une loi révisable. Le principe, désormais cristallisé pour ainsi dire, n'est plus soumis au contrôle de l'expérience. Il n'est pas vrai ou faux, il est commode» (Poincaré, [1905] 1970 : 165-166).

Cependant, en physique proprement dite, c'est-à-dire en optique et en électrodynamique, les éléments conventionnels semblent affaiblis. En effet, dans son introduction à *La Science et l'hypothèse* (Poincaré 1902),



Poincaré présente la quatrième partie de son ouvrage («La Nature») en faisant référence à un changement de méthode :

«Jusqu' [à la mécanique] le nominalisme triomphe, mais nous arrivons aux sciences physiques proprement dites. Ici la scène change; nous rencontrons une autre sorte d'hypothèses et nous en voyons toute la fécondité. Sans doute, au premier abord, les théories nous semblent fragiles, et l'histoire de la science nous prouve qu'elles sont éphémères : elles ne meurent pas tout entières pourtant, et de chacune d'elles il reste quelque chose. C'est ce quelque chose qu'il faut chercher à démêler, parce que c'est là, et là seulement, qu'est la véritable réalité.» (Poincaré, [1902] 1970 : 26).

Or, Poincaré explicite dans la quatrième partie que ce qui subsiste et reste commun aux différentes théories physiques n'est autre que ce qui se trouve exprimé par les équations différentielles (voir Poincaré, [1902] 1968 : 173-174). Ces équations différentielles sont «en somme» les lois physiques :

«C'est Newton qui nous a montré qu'une loi n'est qu'une relation nécessaire entre l'état présent du monde et son état immédiatement postérieur. Toutes les autres lois, découvertes depuis, ne sont pas autre chose, ce sont, en somme, des équations différentielles.» (Poincaré, [1905] 1970 : 119).

En physique mathématique, la catégorie préexistante par rapport à laquelle s'effectue l'abstraction conduisant à des hypothèses générales est l'équation différentielle remplaçant ainsi l'induction empirique qui conduit au simple fait expérimental. Ceci constitue l'interprétation du *dictum* poincaréien, à savoir que les lois sont «en somme» des équations différentielles. Ainsi, à première vue, les lignes d'un schème de généralisation en physique se présentent de la manière suivante: du phénomène, on passe par l'induction physique au résultat expérimental et, grâce aux équations différentielles, aux lois et aux hypothèses générales qui, par décision, peuvent être érigées en principe. Certes, ceci n'est qu'un schème général et le processus concret d'une généralisation peut inclure maintes variations.

Nous avons vu que Poincaré caractérise le conventionnalisme en géométrie et son extension en physique par une double relation qui lie ces théories à l'expérience : celle-ci est d'une part l'occasion qui nous fait prendre conscience sinon d'une catégorie préexistante de l'esprit au moins de la possibilité d'introduire des conventions qui transforment des lois en principes ; l'expérience sert d'autre part d'occasion pour tester les normes ainsi fixées. Ce double rôle que joue l'expérience dans la constitution des conventions justifie d'appeler la position de Poincaré «occasionnalisme». Quelle forme prend cet occasionnalisme en arithmétique ?

La certitude de l'induction complète, considérée par Poincaré comme jugement synthétique *a priori*, provient du fait qu'elle est l'affirmation de l'intuition directe de la puissance de l'esprit de «concevoir la répétition indéfinie d'un même acte dès que cet acte est une fois possible» (Poincaré, [1902] 1968: 41). On dirait aujourd'hui qu'une telle intuition -bien qu'elle soit occasionnée par l'expérience- se rapporte à un schème d'action qui est *a priori* parce qu'il est le résultat de notre propre créativité. Pour saisir ce schème, l'intuition est nécessaire, puisque la clôture du schème n'est pas créée, mais seulement représentée par une répétition indéfinie se rapportant à différents niveaux : le schème consiste dans une vue d'ensemble d'une réitération potentielle au niveau des objets et d'une vue d'ensemble d'une réitération potentielle du *modus ponens*.

Cette sorte d'intuition pure permet de dire à Poincaré que le raisonnement par récurrence est l'expression d'un nombre infini de syllogismes hypothétiques, «condensés pour ainsi dire en une formule unique» (Poincaré, [1902] 1968 : 38-39). L'arithmétique élémentaire possède ainsi le privilège d'être fondée sur une capacité, ce qui contribue essentiellement à sa compréhension<sup>[5]</sup>.

## Conclusion

En 1912, l'année de la mort de Poincaré, Luitzen Egbertus Jan Brouwer donnait à sa leçon inaugurale à Amsterdam le titre «Intuitionnisme et Formalisme». Ainsi caractérisait-il, lui, intuitionniste, le programme de deux orientations opposées en mathématiques qui, en même temps, furent représentées par les plus grands mathématiciens du couple antagoniste franco-allemand : Henri Poincaré et David Hilbert. Je cite Brouwer :

«Deux points de vue peuvent [...] être distingués, l'intuitionnisme (en grande partie français) et le formalisme (en grande partie allemand). [...] A la question : ou faut-il situer l'exactitude en mathématiques, les deux protagonistes donnent une réponse très différente : selon l'intuitionniste, elle est dans l'intellect humain, selon le formaliste, elle se situe sur le papier»<sup>[6]</sup>.

Selon les historiens, ceux qui soutiennent au début du siècle une algébrisation des contenus jusqu'au langage des signes sont les modernistes, tandis que la tendance conservatrice trouve la justification de la connaissance mathématique avant le langage, c'est-à-dire dans l'intellect.

La polémique de l'époque perdure aujourd'hui bien que son évaluation politique soit plutôt opposée : après la mort de Bourbaki, il est à la mode de souligner les aspects intuitifs des mathématiques. Quoi qu'il

en soit, l'historien des mathématiques Herbert Mertens situe Poincaré du côté des conservateurs (voir Mertens, 1990 : 188sq.). Or, il est remarquable que Brouwer critique lui-même une confusion qu'aurait commise Poincaré entre «le langage des mathématiques avec la vraie construction mathématique» (Brouwer 1907, 176). Et Brouwer a bien raison de souligner que Poincaré ne sépare pas langage et mathématiques car ce dernier se situe exactement entre les deux fronts de notre dispute entre conservateurs et modernistes. Pour lui, les raisonnements mathématiques possèdent et doivent conserver un contenu intuitif qui transgresse les contenus formels et contrairement à ce que l'on pourrait croire c'est ici le cœur de sa thèse conventionnaliste soutenant que certains axiomes et principes géométriques et physiques sont des conventions guidées par l'expérience.



## Notes

- [1] La Science et l'hypothèse, 1902 ; La Valeur de la science, 1905 ; Science et méthode, 1908 ; Dernières pensées, 1913 ; Scientific Opportunism/ L'Opportunisme scientifique, 2002.
- [2] Ce paragraphe constitue un extrait augmenté de l'article «Warum Philosophie ?» de mon maître Kuno Lorenz (cf. Lorenz 1987).
- [3] La suite est un extrait modifié de Heinzmann 2004.
- [4] Poincaré ([1905] 1970 :126-127) énumère six principes : celui de la conservation de l'énergie, de la dégradation de l'énergie (Carnot), de l'égalité de l'action et de la réaction (Newton), de la relativité, et celui de la moindre action. Pour les principes de la mécanique, Jacobi a déjà utilisé un demi-siècle avant Poincaré le terme de convention (Pulte, 2000).
- [5] Ceci est à juste titre souligné dans Resnik 1996, 465.
- [6] «Two points of view may [...] be distinguished : intuitionism (largely french) and formalism (largely German). [...] The question where mathematical exactness does exist, is answered differently by the two sides; the intuitionist says: in the human intellect, the formalist says : on paper» (Brouwer 1912, 124-25).



## Discussion

Le Président remercie le professeur Heinzmann pour sa communication à la fois très savante et très instructive et ouvre un débat très scientifique auquel participent notamment Messieurs Kervers-Pascalis, Rivail, Perrin, Bur, Laprévôte et Fléchon.



## Références bibliographiques

- ∞ Brouwer, Luitzen Egbertus Jan, 1912. Intuitionism and Formalism (Inaugural address, read 1912), réimprimé in : A. Heyting (Hrsg.), *Brouwer, Collected Works 1*, Amsterdam/Oxford/New York: North-Holland/Elsevier, 1975, pp. 123-138.
- ∞ Brouwer, Luitzen Egbertus Jan, 1907. *Over de Grondlagen der Wiskunde*, réimprimé in : A. Heyting (Hrsg.), *Brouwer, Collected Works 1*, Amsterdam/Oxford/New York : North-Holland/Elsevier, 1975, pp. 11-101.
- ∞ Dummett, Michael, 1991. *Les Origines de la philosophie analytique*, Paris : Gallimard.
- ∞ Gray, Jeremy. J. et Walter, Scott. A., 1997. *Henri Poincaré. Trois suppléments sur la découverte des fonctions fuchsienues*. Berlin/Paris : Akademie Verlag/Blanchard.
- ∞ Greffe, Jean-Louis; Heinzmann, Gerhard et Lorenz, Kunoprénom. (éds), 1996. *Henri Poincaré. Wissenschaft und Philosophie*, Berlin/Paris: Akademie Verlag/Blanchard.
- ∞ Heinzmann, Gerhard, 1985. *Entre intuition et analyse. Poincaré et le concept de prédictivité*. Paris : Blanchard.
- ∞ Heinzmann, Gerhard (éd.), 1986. *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano. Textes de la discussion (1906-1912) sur les fondements des mathématiques: des antinomies à la prédictivité*. Paris : Blanchard.
- ∞ Heinzmann, Gerhard, 1995. *Zwischen Objektkonstruktion und Strukturanalyse*, Göttingen : Vandenhoeck & Ruprecht.
- ∞ Heinzmann, Gerhard, 2004. La Philosophie des sciences de Henri Poincaré, in : *L'épistémologie française de 1850 à 1950* (ed. J. Gayon/M. Bitbol), Paris : PUF (sous presse).

- ∞ Lelièvre, Gilbert, 2000. *H. Poincaré : La Science et l'hypothèse*, CNED, Agrégation externe de Philosophie, Institut de Vanves.
- ∞ Lorenz, Kuno, 1987. Warum Philosophie ? Einleitung zu : *Meyers Kleines Lexikon Philosophie*, Mannheim/Wien/Zürich : Meyers Kexikonverlag, 5-12.
- ∞ Mertens, Herbert, 1990. *Moderne Sprache Mathematik*, Frankfurt : Suhrkamp.
- ∞ Poincaré, Henri, [1887] 1956. Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie. *Bulletin de la Société mathématique de France* 15 : 203-216 ; cité selon la réimpression dans : (Poincaré 1956 XI, : 79-91).
- ∞ Poincaré, Henri, 1899. Des fondements de la géométrie. A propos d'un livre de M. Russell, *Revue de métaphysique et de morale* 7 : 251-279.
- ∞ Poincaré, Henri, [1902] 1968. *La Science et l'hypothèse*, Paris: Flammarion.
- ∞ Poincaré, Henri, [1905] 1970. *La Valeur de la science*, Paris : Flammarion.
- ∞ Poincaré, Henri, [1908] 1999. *Science et méthode*, Paris : Kimé.
- ∞ Poincaré, Henri, [1913] 1963. *Dernières pensées* , Paris Flammarion
- ∞ Poincaré, Henri, 1921 (sans date). *Des Fondements de la géométrie*. Louis Rougier (éd.). Paris : Chiron.
- ∞ Poincaré, Henri, 2002. *Scientific Opportunism/L'Opportunisme scientifique, An Anthology*, éd. L. Rollet, Basel/Boston/Berlin : Birkhäuser.
- ∞ Poincaré, Henri, 1956. *Œuvres*. vol. I-XI, Paris : Gauthier-Villars.
- ∞ Pulte, Helmut, 2000. Beyond the Edge of certainty : Reflections on the Rise of Physical Conventionalisme. *Philosophia Scientiae* 4 (1), 47-68.
- ∞ Resnik, Michael D., 1996. On Understanding Mathematical Proofs. In: (Grefe et al., 1996 : 459-466).